电子电路与系统基础（II）参考讲义

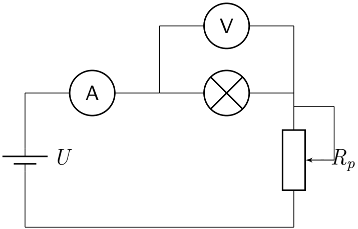
江玮陶　电子系学生科协学培部

2025 年 12 月 19 日

目录

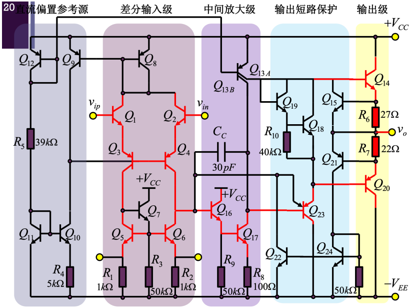
如何学电电?

这是我们中学学习的电路。



如何学电电?

这是我们现在学习的电路。



高增益放大：有源负载，缓冲隔离，级联；大信号放大：A类，B类，AB类；效率；差分放大：电桥结构，平衡电桥共模抑制特性，不平衡电桥差模放大特性，非线性转移特性，小信号线性模型，差模地，单端输出转双端输出。习题讲解录像内容：PMOS是NMOS的互补，PMOS反相器分析，PNP反相器分析

如何学电电?

电电的脉络是什么?

电子

电阻，电容，电感
BJT，MOS，二极管
运放，互感，受控源
……

电路

单管多管放大器
无源有源滤波器
负电阻，振荡器
……

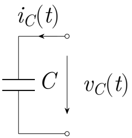
系统

电路等效方法
基尔霍夫定律
时频域分析方法
负反馈和正反馈
……

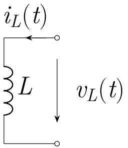
基础：基于矩阵和器件方程的描述方法

电容电感

属于基础内容，请务必记牢两个元件的时频域元件方程和表达式。



- 时域：$i_C(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t)$，$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau$
- 频域：$I_C = j\omega C V_C$，$V_C = \frac{1}{j\omega C} I_C$
- 容纳：$B_C = \omega C$

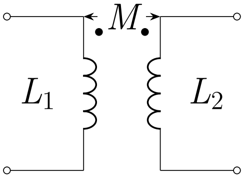


- 时域：$v_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t)$，$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_L(\tau)d\tau$
- 频域：$V_L = j\omega L I_L$，$I_L = \frac{1}{j\omega L} V_L$
- 感抗：$X_L = \omega L$

Laplace 变换：$s = \sigma + j\omega$，$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \rightleftharpoons s$，$\int_{-\infty}^{t}(\cdot)\mathrm{d}t \rightleftharpoons \frac{1}{s}$；特别研究虚轴上的情形（$\sigma = 0$，$s = j\omega$）即为 *Fourier* 变换（" 频域特性"）。电电课不需要，也**不很建议掌握** *Laplace* 变换的具体形式，但要知道上述时频对应关系。

互感变压器

物理模型不太重要，但还是了解一下（尤其是 L 和 N 的关系）。



$$\begin{cases} L_1 = N_1^2\Xi \\ L_2 = N_2^2\Xi \\ M = kN_1N_2\Xi \end{cases}$$

$$M = k\sqrt{L_1L_2}$$

同名端：流入电流使得**磁通加强**的两个点 (黑点)

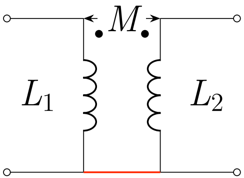
- 物理参数：N_1, N_2（匝数），Ξ（磁导），k（耦合系数）
- 电路参数：L_1, L_2（自感），M（互感）

$\Xi = \mu\frac{S}{p}$：磁导，μ 磁导率，S 截面积，p 磁路长度

$k \in [0, 1]$：耦合系数，表示磁通量链接百分比

关键：熟练运用等效电路（T 型等效/励漏磁等效）和阻抗变换原理化简电路

互感变压器

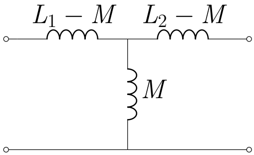


$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \Xi \\ L_2 = N_2^2 \Xi \\ M = k N_1 N_2 \Xi \end{cases}$$

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

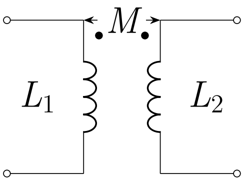
$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{时域方程}$$

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sL_1 & sM \\ sM & sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{频域方程}$$



两边共地：T 型等效

互感变压器

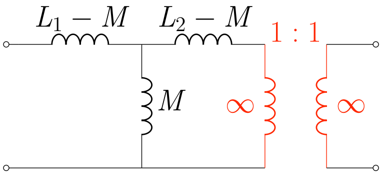


$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{时域方程}$$

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sL_1 & sM \\ sM & sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{频域方程}$$

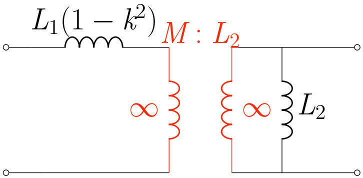
$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \Xi \\ L_2 = N_2^2 \Xi \\ M = kN_1 N_2 \Xi \end{cases}$$

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

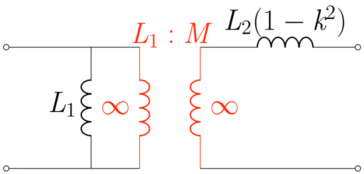


两边不共地：T 型等效加理想变压器

互感变压器



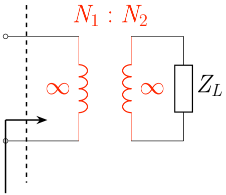
漏磁励磁模型（h 参量）



励磁漏磁模型（g 参量）

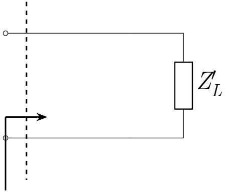
$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

理想变压器



理想变压器：$L_1, L_2 \to \infty$, $k = 1$
理想变压器具有阻抗变换作用。变换关系（反射电阻）：

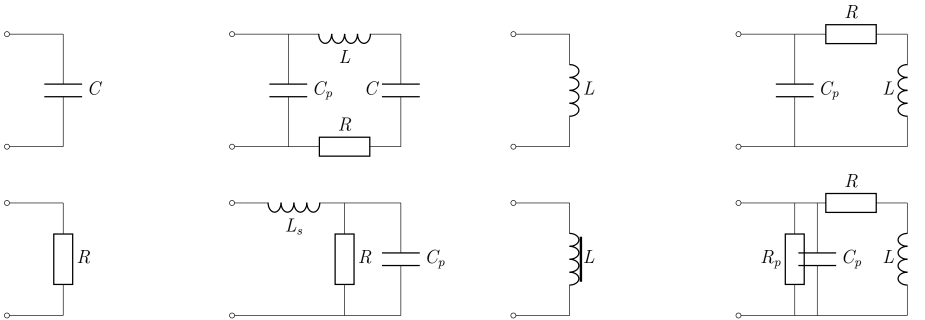
$$Z_L' = n^2 Z_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L = \frac{L_1}{L_2} Z_L$$



其中变压比 $n = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

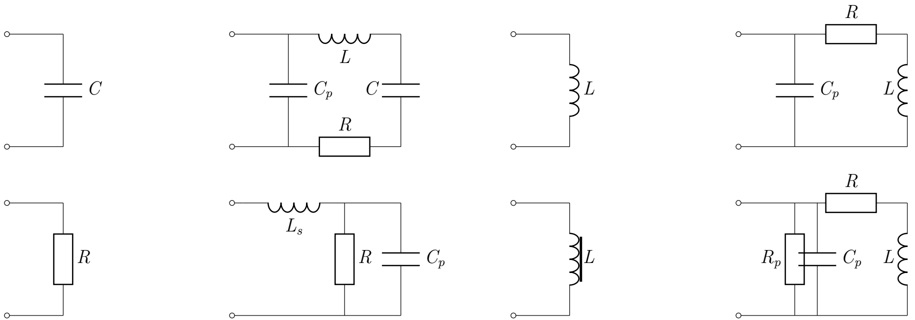
非理想阻容感（寄生效应）

记忆这些模型并会画 $|z|$ v.s. f 的曲线!



非理想阻容感（寄生效应）

记忆这些模型并会画 $|z| v.s.\quad f$ 的曲线！



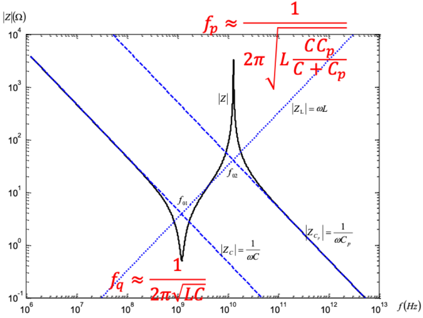
$|z|\ v.s. f$ 曲线的斜率可以用来判断性质。

- 电阻：水平线
- 电感：上升
- 电容：下降

非理想阻容感（寄生效应）

特别对于电容:

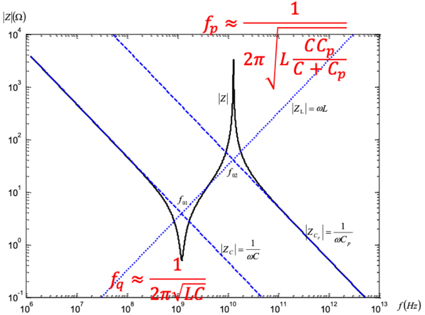
$$\begin{cases} f_q = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} & \text{串联谐振} \\ f_p = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{CC_p}{C+C_p}}} & \text{并联谐振} \end{cases}$$



非理想阻容感（寄生效应）

特别对于电容：

$$
\begin{cases}
f_q = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} & \text{串联谐振} \\
f_p = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{CC_p}{C+C_p}}} & \text{并联谐振}
\end{cases}
$$



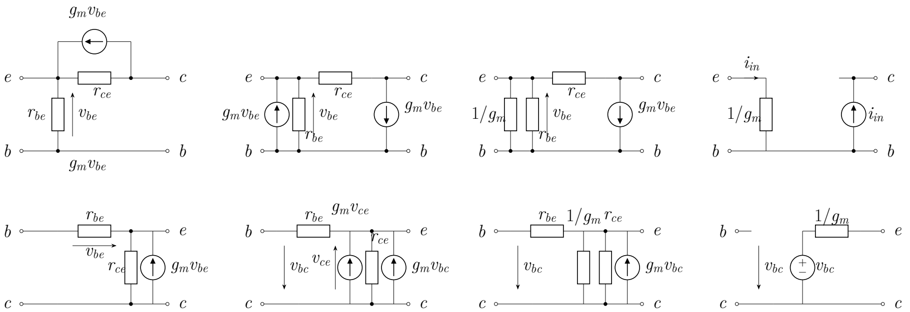
注意蓝色线：斜率是 20dB/decade，位置由元件参数决定，可以用来计算两个频点

晶体管复习

组态：信号不走谁就是共谁。掌握组态转化的方法，核心是希望用输入控输出，从而考虑用拆源 or 拆压的形式进行电路等效果；要标注好每个源的控制来源。

晶体管复习

组态：信号不走谁就是共谁。掌握组态转化的方法，核心是希望用输入控输出，从而考虑用拆源 or 拆压的形式进行电路等效果；要标注好每个源的控制来源。



网络参量矩阵

虽然是电电 1 内容，但在电电 2 考试中依然有用。网络参量矩阵定义：

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ \boxed{z_{21}} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ \boxed{y_{21}} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ \boxed{h_{21}} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ \boxed{g_{21}} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

记忆方法：21 元素表示放大器类型，混合的混是三点水，电流放大
也可以用 hi，gv 进行记忆

网络参量矩阵

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ \boxed{z_{21}} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ \boxed{y_{21}} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ \boxed{h_{21}} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ \boxed{g_{21}} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

输入输出阻抗/导纳计算：

$$w_{in} = p_{11} - \frac{p_{12}p_{21}}{p_{22} + w_L} \quad w_{out} = p_{22} - \frac{p_{12}p_{21}}{p_{11} + w_S}$$

网络参量矩阵

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ \boxed{z_{21}} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ \boxed{y_{21}} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \boxed{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ \boxed{h_{21}} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{i_1} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \boxed{v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ \boxed{g_{21}} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{v_1} \\ i_2 \end{bmatrix}$$

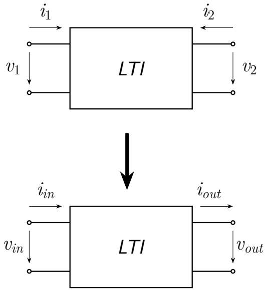
有源性判断：负阻有源性和受控源有源性

有源 $\Leftrightarrow \Re p_{11} < 0$ 或 $\Re p_{22} < 0$ 或 $|p_{21} + p_{12}^*|^2 > 4\Re p_{11}\Re p_{22} \Leftrightarrow P^T + P^*$ 半正定

网络参量矩阵

ABCD 矩阵：一边当作负载，一边当作输出; 本征增益就是开路电压/短路电流对应的增益。

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$



本征电压增益 g_{21}

$$A_{v0} = \left.\frac{v_{out}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{A}$$

本征跨导增益 $-y_{21}$

$$G_{m0} = \left.\frac{i_{out}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{B}$$

本征跨阻增益 z_{21}

$$R_{m0} = \left.\frac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{C}$$

本征电流增益 $-h_{21}$

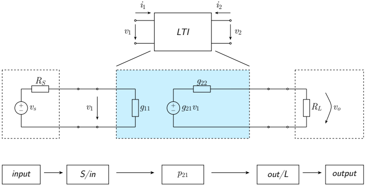
$$A_{i0} = \left.\frac{i_{out}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{D}$$

$$\begin{cases} i_{in} = i_1 \\ v_{in} = v_1 \\ i_{out} = -i_2 \\ v_{out} = v_2 \end{cases}$$

传递函数

网络参量矩阵可以用于快速求解传递函数。
使用 zyhg 矩阵：
(I) 写出单向网络的传递函数

$$H_{v\text{单向}} = \frac{1/g_{11}}{R_S + 1/g_{11}} \cdot g_{21} \cdot \frac{g_{21} R_L}{R_L + g_{22}}$$
$$= \frac{(1/R_S) g_{21} R_L}{(1/R_S + G_{11})(R_L + g_{22})}$$

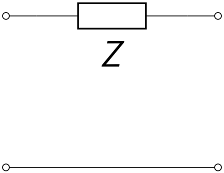


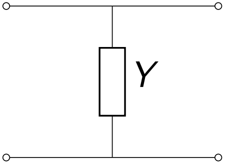
(II) 双向化：分母减去 $p_{12}p_{21}$

$$H_{v\text{双向}} = \frac{(1/R_S) g_{21} R_L}{(1/R_S + g_{11})(R_L + g_{22}) - g_{12} g_{21}}$$

传递函数

网络参量矩阵可以用于快速求解传递函数。
对于梯形网络，可以使用 ABCD 矩阵。





$$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

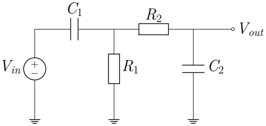
拆成梯形网络后将各个部件的 ABCD 乘起来即可。然后利用

$$H_v = \frac{1}{A}, G_m = \frac{1}{B}, R_m = \frac{1}{C}, H_i = \frac{1}{D}$$

得到总的传递函数。

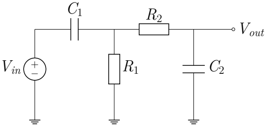
传递函数

求如下网络的电压传递函数 H_v.



传递函数

求如下网络的电压传递函数 H_v.



解答

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{R} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_2 & 1 \end{bmatrix}$$

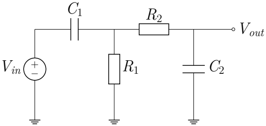
$$= \begin{bmatrix} 1 + \frac{C_2R_2}{C_1R_1} + \frac{1}{sC_1R_1} + sC_2R_2 + \frac{C_2}{C_1} & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{1}{s^2C_2R_2 + (1 + \frac{C_2R_2}{C_1R_1} + \frac{C_2}{C_1})s + \frac{1}{C_1R_1}}$$

传递函数

检查量纲：$[j\omega] = [s] = s^{-1}, [RC] = [GL] = s$

求如下网络的电压传递函数 H_v.



解答

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{R} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{1}{sC_1 R_1} + sC_2 R_2 + \frac{C_2}{C_1} & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{1}{s^2 C_2 R_2 + (1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{C_2}{C_1})s + \frac{1}{C_1 R_1}}$$

时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。

时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。诚然，三要素五要素这些都是记忆微分方程的解，而这些微分方程可以利用 *Laplace* 变换

$$\mathscr{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

得到其解，因此三要素和五要素法在数学上是“不本质的”。然而，在电路中，研究系统的时域响应如何受到各种要素的影响反而是物理上“本质”的。因此学习时可以**多留意各种要素是如何获得的、由谁决定、如何影响总体响应**，这样或许有利于所谓“电路感觉”的培养。

时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。诚然，三要素五要素这些都是记忆微分方程的解，而这些微分方程可以利用 *Laplace* 变换

$$\mathscr{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$

得到其解，因此三要素和五要素法在数学上是“不本质的”。然而，在电路中，研究系统的时域响应如何受到各种要素的影响反而是物理上“本质”的。因此学习时可以**多留意各种要素是如何获得的、由谁决定、如何影响总体响应**，这样或许有利于所谓“电路感觉”的培养。

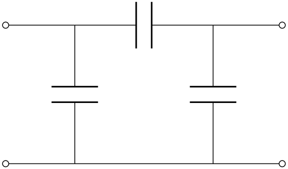
私以为研究变换域复平面上的几何、在电路中观察主极点、写出具体表达式乃至打开 cadence 都可以等价地给出我们需要的各种信息，这些方法也不应该有高下之分。

状态方程

状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.

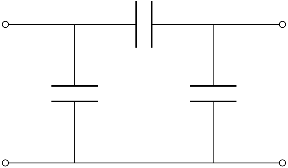
状态方程

状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



状态方程

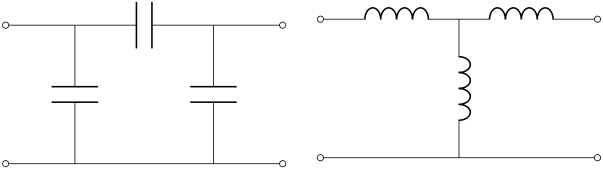
状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



二阶系统

状态方程

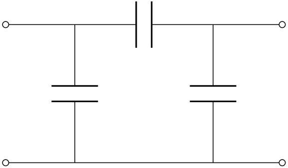
状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



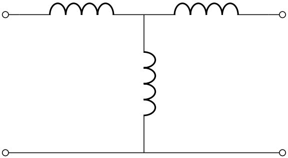
二阶系统

状态方程

状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



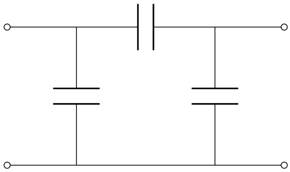
二阶系统



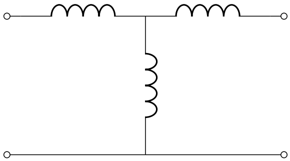
二阶系统

状态方程

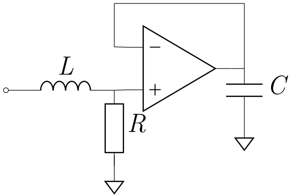
状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



二阶系统

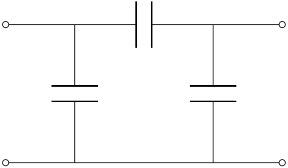


二阶系统

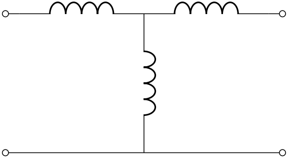


状态方程

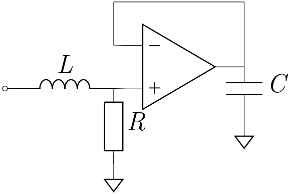
状态方程: 以电路中的 n 个独立状态变量为未知量列写的 n 个一阶微分方程组，方程左侧为状态变量的一阶微分形式，方程右侧为状态变量和激励变量的代数方程形式.



二阶系统



二阶系统

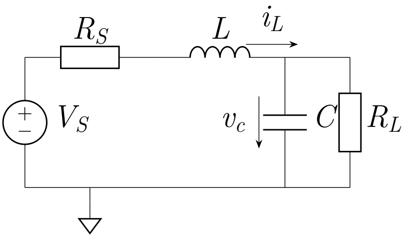


一阶系统

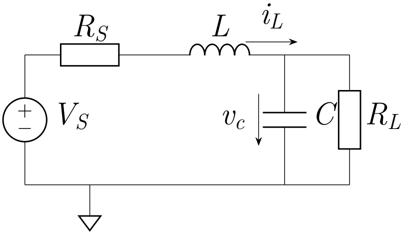
例题

动态电路系统状态方程列写方法如下：首先用（$\boxed{1}$）替代电容，用（$\boxed{2}$）替代电感，把动态电路变成电阻电路，然后求（$\boxed{3}$）电流和（$\boxed{4}$）电压，进而由电容、电感的微分约束方程获得状态方程。例如，对于如图所示的二阶动态电路，通过上述方法获得的状态方程如下（空中元素用图示电路元件参量表达）

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} = \boxed{5}\begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \boxed{6}$$



状态方程

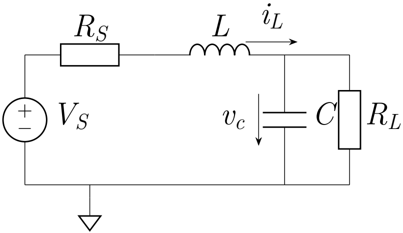


$$\frac{d}{dt}v_C(t) = \frac{1}{C}i_C(t)\,,\,\frac{d}{dt}i_L(t) = \frac{1}{L}v_L(t)$$

解答

$\boxed{1}$ 电压源 $\boxed{2}$ 电流源 $\boxed{3}$ 电容 $\boxed{4}$ 电感

状态方程



$\frac{d}{dt}v_C(t) = \frac{1}{C}i_C(t)\,,\ \frac{d}{dt}i_L(t) = \frac{1}{L}v_L(t)$

解答

$\boxed{1}$ 电压源 $\boxed{2}$ 电流源 $\boxed{3}$ 电容 $\boxed{4}$ 电感

$$\boxed{5} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C}\cdot -\frac{1}{R_L} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L}R_S \end{bmatrix},\ \boxed{6} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L}V_S \end{bmatrix}$$

三要素法

对于一阶系统采用三要素法

$$X(j\omega)=\frac{*}{1+\tau\omega}\Rightarrow x(t)=(x(0)-x_\infty(0))\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}+x_\infty(t)$$

$$\begin{cases}\tau & : \text{时间常数}\\ x_\infty(t) & : \text{稳态响应}\\ x(0) & : \text{初始条件}\end{cases}$$

其中:

- τ 由电路直接给出，比如常见的 $\tau=RC,\frac{L}{R}$ 等。注意这里 R 是电容/电感**看到**的等效电阻。
- $x_\infty(t)$ 由稳态分析得到。常见：**直流稳态**（电感短路，电容开路）、**正弦稳态**（使用相量法分析）。
- $x(0)$ 由初始条件给出，需要列**瞬时电路方程**求解（利用电感电流不突变，电容电压不突变）。

五要素法

对于二阶系统采用五要素法

$$X(s)=\frac{*}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$x(t)=\begin{cases} x_\infty(t)+\left(x(0)-x_\infty(0)\right)\mathrm{e}^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t \\ \quad+\left(x(0)-x_\infty(0)+\frac{\dot{x}(0)-\dot{x}_\infty(0)}{\xi\omega_0}\right)\frac{\xi}{1-\xi^2}\mathrm{e}^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t & 0<\xi<1 \\ x_\infty(t)+\left(x(0)-x_\infty(0)\right)\mathrm{e}^{-\omega_0 t}+\left(x(0)-x_\infty(0)+\frac{\dot{x}(0)-\dot{x}_\infty(0)}{\omega_0}\right)\omega_0 t\mathrm{e}^{-\omega_0 t} & \xi=1 \\ x_\infty(t)+\left(x(0)-x_\infty(0)\right)\mathrm{e}^{-\xi\omega_0 t}\cosh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t \\ \quad+\left(x(0)-x_\infty(0)+\frac{\dot{x}(0)-\dot{x}_\infty(0)}{\xi\omega_0}\right)\frac{\xi}{\xi^2-1}\mathrm{e}^{-\xi\omega_0 t}\sinh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t & \xi>1 \end{cases}$$

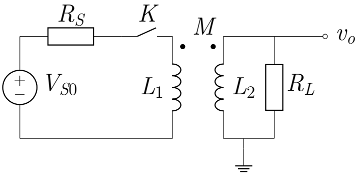
- ω_0,ξ 由电路直接给出, 对于简单电路 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\xi=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$; 复杂电路直接抓传递函数，分母化简为 $s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2$ 获得。
- $x_\infty(t)$ 由稳态分析得到。常见：**直流稳态**（电感短路，电容开路）、**正弦稳态**（使用相量法分析）。
- $x(0),\dot{x}(0)$ 由初始条件给出，$x(0)$ 需要列**瞬时电路方程**求解（利用电感电流不突变，电容电压不突变）;$\dot{x}(0)$ 可以通过**瞬变量电路方程**求解（利用电感微分电流是电压，电容微分电压是电流）;

时域分析

例题

如图，$V_{s0}=5\text{V}$，$R_S=100\Omega$, $R_L=1\text{k}\Omega$, $L_1=1\mu\text{H}$, $L_2=4\mu\text{H}$, $M=0.8\mu\text{H}$.

1. 若 $t<0$，开关闭合，而 $t=0$ 时开关断开，求 $t>0$ 时 $v_o(t)$。
2. 若 $t<0$，开关断开，而 $t=0$ 时开关闭合，求 $t>0$ 时 $v_o(t)$。

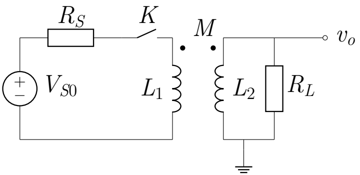


时域分析

例题

如图，$V_{s0}=5\text{V}$，$R_S=100\Omega$, $R_L=1\text{k}\Omega$, $L_1=1\mu\text{H}$, $L_2=4\mu\text{H}$, $M=0.8\mu\text{H}$.

1. 若 $t<0$，开关闭合，而 $t=0$ 时开关断开，求 $t>0$ 时 $v_o(t)$。
2. 若 $t<0$，开关断开，而 $t=0$ 时开关闭合，求 $t>0$ 时 $v_o(t)$。



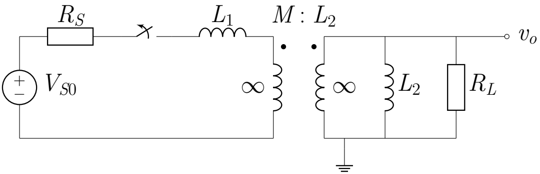
提示

利用变压器的等效电路化简，然后看是几要素法。

时域分析

解答 (1)

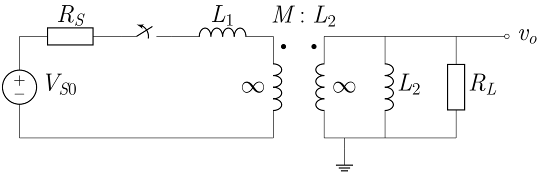
使用漏磁励磁模型替换变压器:



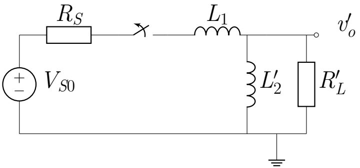
时域分析

解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器:



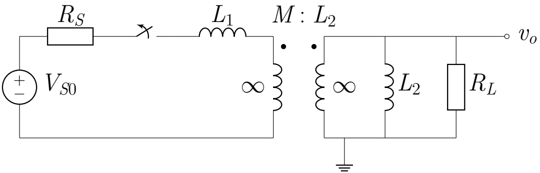
进而利用阻抗变换得到:



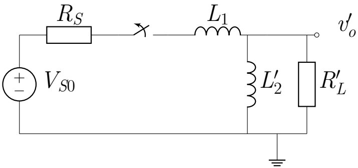
时域分析

解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：

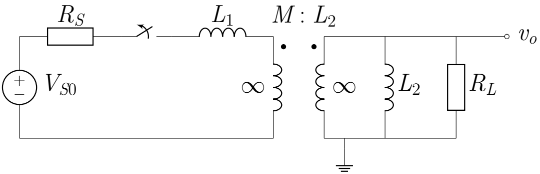


则 $L_2' = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R_L' = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L$，$\tau = \frac{L_2'}{R_L'} = \frac{L_2}{R_L}$。

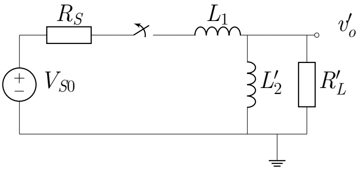
时域分析

解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：



则 $L_2' = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R_L' = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L$，$\tau = \frac{L_2'}{R_L'} = \frac{L_2}{R_L}$。

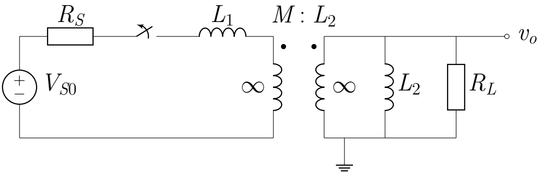
稳态分析：开关闭合很久，电感短路，$v_{o\infty}'(t) = 0$。

时域分析

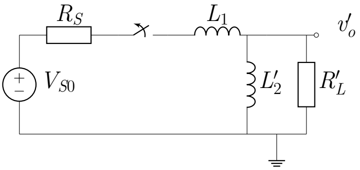
注意使用阻抗变换时电压电流等也要乘除变压比!!

解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器:



进而利用阻抗变换得到:



则 $L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L$，$\tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}$。

稳态分析：开关闭合很久，电感短路，$v'_{o\infty}(t) = 0$。

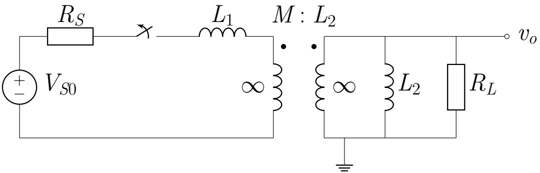
瞬时分析：开关刚刚闭合时，电感电流不变，$i_{L'_2}(0) = i_{L'_2}(0-) = \frac{V_{s0}}{R_S}$，进而 $v'_o(0) = -i_{L'_2}(0) R'_L = -\frac{M^2}{L_2^2}\frac{R_L}{R_S} V_{s0}$.

时域分析

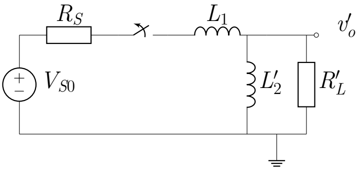
注意使用阻抗变换时电压电流等也要乘除变压比!!

解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器:



进而利用阻抗变换得到:



则 $L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L$, $\tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}$。

稳态分析: 开关闭合很久，电感短路，$v'_{o\infty}(t) = 0$。

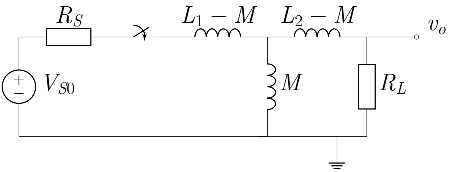
瞬时分析: 开关刚刚闭合时，电感电流不变，$i_{L'_2}(0) = i_{L'_2}(0-) = \frac{V_{s0}}{R_S}$, 进而 $v'_o(0) = -i_{L'_2}(0) R'_L = -\frac{M^2}{L_2^2}\frac{R_L}{R_S} V_{s0}$.

三要素法: $v_o(t) = \frac{L_2}{M} v'_o(t) = -\frac{M}{L_2}\frac{R_L}{R_S} V_{s0} \mathrm{e}^{-\frac{R_L}{L_2}t} = \boxed{-10\mathrm{V}\cdot \mathrm{e}^{-t/(4\times 10^{-9}s)}}$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简

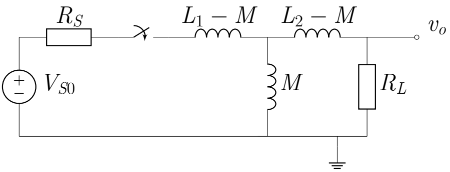


注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简

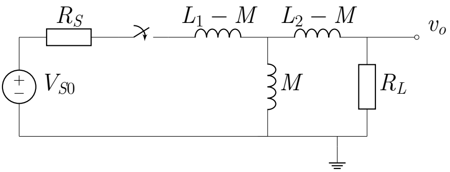


注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



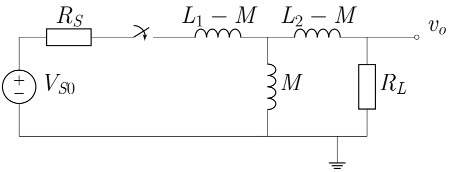
注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD =$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



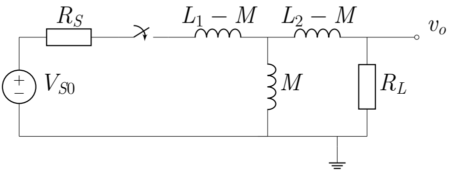
$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



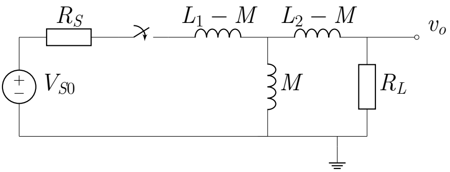
$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



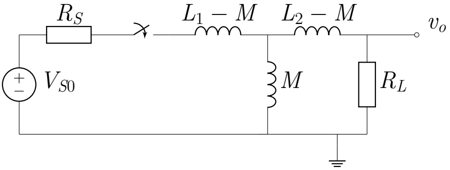
注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix}$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



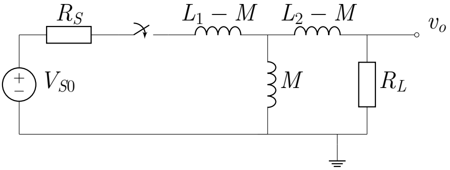
注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



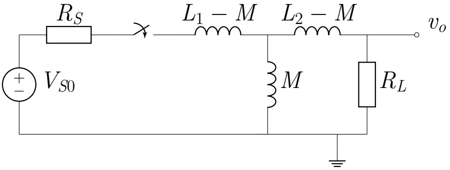
注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix}$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

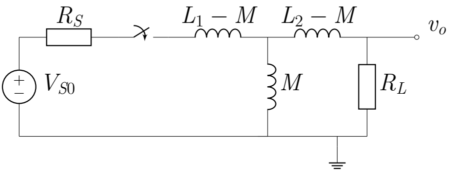
$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9} s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^- 1 & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

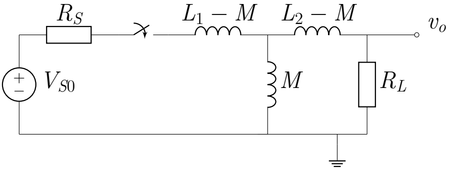
$$
\begin{aligned}
ABCD &= \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9} s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^-1 & * \\ * & * \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
H_v = \frac{1}{A} = \frac{*}{s^2 + 4.17 \times 10^8 s + 2.98 \times 10^{16}}
$$

时域分析

解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得 ξ, ω_0. 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix}$$

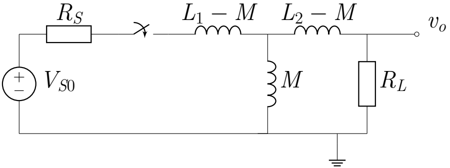
$$= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9} s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^- 1 & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{*}{s^2 + 4.17 \times 10^8 s + 2.98 \times 10^{16}} \Rightarrow \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1}, \xi = 1.21$$

时域分析

解答 (2)

$\omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1}, \xi = 1.21$



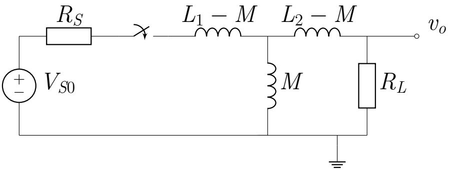
注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 然后利用 $t = 0-$ 时稳态，并列出合上开关时刻的瞬时电路方程和瞬变量电路方程求解初值、微分初值。

稳态分析：开关断开很久，能量全部耗散，电感短路，$v_{o\infty}(t) = 0$。
瞬时分析：开关闭合时，电感 $L_2 - M$ 电流为 0 不变，因此 $v_0(0) = 0$.

时域分析

解答 (2)

$\omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1}, \xi = 1.21$



注意到这是一个**二阶系统**，使用五要素法。 然后利用 $t=0-$ 时稳态，并列出合上开关时刻的瞬时电路方程和瞬变量电路方程求解初值、微分初值。

瞬变分析：对 T 形节点列写微分的 KCL 得到 (利用 R_s 上电流突变为 0 得到压降为 0)：

$$\dot{i}_{L_1-M}(0) - \dot{i}_M(0) - \dot{i}_{L_2-M}(0) = 0\,, \dot{i}_{L_1-M}(0) = \frac{V_{s0}}{L_1 - M}, \dot{i}_M(0) = 0$$

进而

$$\dot{v}_0(0) = R_L \dot{i}_{L_2-M}(0) = \frac{V_{s0}}{L_1 - M} R_L = \boxed{2.5 \times 10^{10} \mathrm{V/s}}$$

时域分析

解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases}$$

时域分析

解答 (2) 续

五要素法：

$$\begin{cases}\omega_0 = 1.73\times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\lambda_1 = \omega_0(-\xi+\sqrt{\xi^2-1}) = -9.17\times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi-\sqrt{\xi^2-1}) = -3.27\times 10^8 s^{-1}\end{cases}$$

时域分析

解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \omega_0(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -9.17 \times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -3.27 \times 10^8 s^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(v_o(0) - v_{o\infty}(0)\right) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)\right) = 106.3\text{V} \\ B = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(v_o(0) - v_{o\infty}(0)\right) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)\right) = -106.3\text{V} \end{cases}$$

时域分析

解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \omega_0(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -9.17 \times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -3.27 \times 10^8 s^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(v_o(0) - v_{o\infty}(0)\right) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)\right) = 106.3\text{V} \\ B = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(v_o(0) - v_{o\infty}(0)\right) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)\right) = -106.3\text{V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_o(t) = A\mathrm{e}^{\lambda_1 t} + B\mathrm{e}^{\lambda_2 t} = \boxed{106.3\text{V} \cdot \mathrm{e}^{-9.17 \times 10^7 t} - 106.3\text{V} \cdot \mathrm{e}^{-3.27 \times 10^8 t}}$$

伯特图的绘制

伯特图需要简单了解一下数学原理。对于有理传递函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

有

$$|H(j\omega)| = |H_0| \frac{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{z1}})^2}\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{z2}})^2}\cdots}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{p1}})^2}\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{p2}})^2}\cdots}$$

利用近似

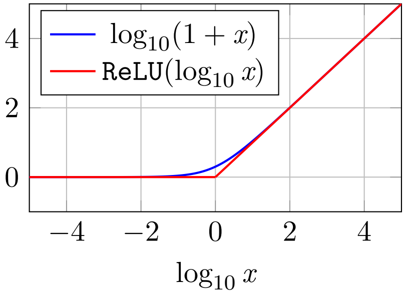
$$\log(1 + x) \approx \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \log x & x > 1 \end{cases} = \texttt{Relu}(\log x)$$

得到

$$20\log|H(j\omega)| = 20\log|H_0| + \sum_{i\in\text{零点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right) - \sum_{i\in\text{极点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{pi}}\right)$$

伯特图的绘制

$$\log(1+x) \approx \begin{cases} 0 & x<1 \\ \log x & x>1 \end{cases}$$
$$= \texttt{Relu}(\log x)$$



伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数：$H_0 \Rightarrow$ 幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数：$H_0 \Rightarrow$ 幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

第二步：零极点按照大小排序

伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数：$H_0 \Rightarrow$ 幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

第二步：零极点按照大小排序

- **幅频**　碰到极点 (斜率 +=)$-20\mathrm{dB/dec}$，碰到零点 (斜率 +=) $+20\mathrm{dB/dec}$。

伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数：$H_0 \Rightarrow$ 幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

第二步：零极点按照大小排序

- **幅频** 碰到极点 (斜率 +=)$-20\mathrm{dB/dec}$，碰到零点 (斜率 +=) $+20\mathrm{dB/dec}$。
- **相频** 极点滞后 (相位在 $0.1 \sim 10$ 倍频率内线性**减少**)90°，零点看左右，左**超**右**滞**90°。
- $1 + j\frac{\omega}{\omega_z}$ 左半平面，$1 - j\frac{\omega}{\omega_z}$ 右半平面. 即90° 的正负号就是 $j\frac{\omega}{\omega_z}$ 前面的正负号。

伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办?

伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办?
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办?
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到 $-\infty$，因此幅频率曲线“天生”带一个 $+m \times 20\mathrm{dB/dec}$ 的斜率，且相频曲线“天生”带相位 $m \times 90°$。

伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办?
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到 $-\infty$，因此幅频率曲线“天生”带一个 $+m \times 20\mathrm{dB/dec}$ 的斜率，且相频曲线“天生”带相位 $m \times 90°$。
而回到之前的公式:

$$20\log|H(j\omega)| = 20\log|H_0| + \sum_{i\in\text{零点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right) - \sum_{i\in\text{极点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{pi}}\right) {\color{red}+20m\log\frac{\omega}{\omega_{z0}}}$$

伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办?
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到 $-\infty$，因此幅频率曲线“天生”带一个 $+m \times 20\text{dB/dec}$ 的斜率，且相频曲线“天生”带相位 $m \times 90°$。
而回到之前的公式:

$$20\log|H(j\omega)| = 20\log|H_0| + \sum_{i\in\text{零点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right) - \sum_{i\in\text{极点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{pi}}\right) + 20m\log\frac{\omega}{\omega_{z0}}$$

可见，0 零点对 ω_{z0} 点的增益贡献恰好为 0dB。因此只需要巧妙地把 ω_{z0} 放进通带即可。

伯特图绘制

例题

已知 $H(j\omega) = -10^6 \dfrac{j\omega\left(j\omega + 5\times 10^9\right)}{\left(j\omega + 5\times 10^6\right)\left(j\omega + 1\times 10^8\right)}$，绘制幅频特性和相频特性曲线。

伯特图绘制

例题

已知 $H(j\omega)=-10^6\dfrac{j\omega\left(j\omega+5\times10^9\right)}{\left(j\omega+5\times10^6\right)\left(j\omega+1\times10^8\right)}$，绘制幅频特性和相频特性曲线。

解答

首先化简传递函数得到 $H(j\omega)=(-10)\dfrac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$

伯特图绘制

例题

已知 $H(j\omega)=-10^6\frac{j\omega\left(j\omega+5\times10^9\right)}{\left(j\omega+5\times10^6\right)\left(j\omega+1\times10^8\right)}$，绘制幅频特性和相频特性曲线。

解答

首先化简传递函数得到 $H(j\omega)=(-10)\frac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$

然后列出零极点：

- 零点：$\omega_{z0}=0,\ \omega_{z1}=5\times10^9\mathrm{rad/s}$
- 极点：$\omega_{p1}=5\times10^6\mathrm{rad/s},\ \omega_{p2}=1\times10^8\mathrm{rad/s}$

伯特图绘制

$$H(j\omega) = (-10)\frac{j\omega\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

幅频特性曲线绘制

伯特图绘制

$$H(j\omega) = (-10)\frac{j\omega\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

幅频特性曲线绘制

ω	$(0, 5\times10^6]$	$(5\times10^6, 1\times10^8]$	$(1\times10^8, 5\times10^9]$	$(5\times10^9, +\infty)$
斜率 (dB/dec)	$+20$	0	-20	0

伯特图绘制

$$H(j\omega) = (-10)\frac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

幅频特性曲线绘制

ω	$(0, 5\times10^6]$	$(5\times10^6, 1\times10^8]$	$(1\times10^8, 5\times10^9]$	$(5\times10^9, +\infty)$
斜率 (dB/dec)	$+20$	0	-20	0

求解平台增益：

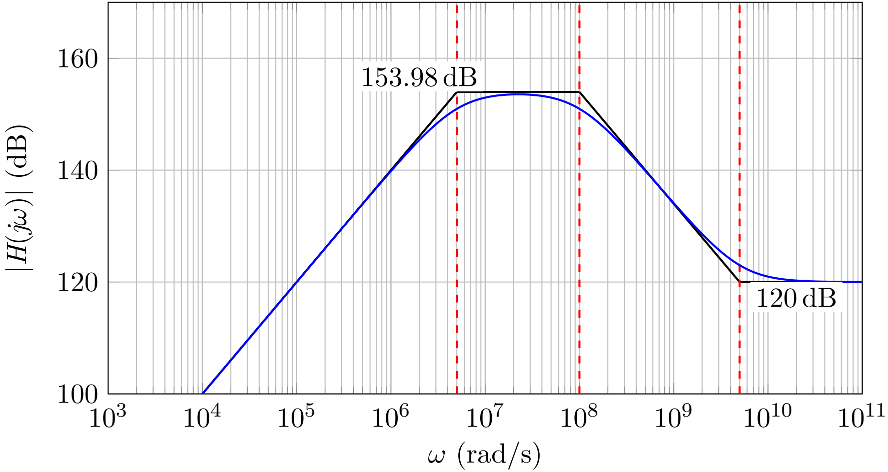
$$20\log|H(j\omega)| = 20\log|H_0| + \sum_{i\in\text{零点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right) - \sum_{i\in\text{极点}} 20\texttt{Relu}\left(\log\frac{\omega}{\omega_{pi}}\right) {\color{red}+20m\log\frac{\omega}{\omega_{z0}}}$$

$(5\times10^6, 1\times10^8]$ 区间：（$[5\times10^9, \infty)$ 区间不用再画）

$$H_{dB} = 20\log10 + 0 - 20\left(\log\omega - \log5\times10^6\right) + 20\left(\log\omega - {\color{red}\log1}\right) = 153.98\text{dB}$$

伯特图绘制

幅频特性曲线绘制



伯特图绘制

$$H(j\omega)=(-10)\frac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

相频特性曲线绘制

伯特图绘制

$$H(j\omega)=(-10)\frac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

相频特性曲线绘制

0 频点：-10 提供 180° 相位,$j\omega$ 提供 90° 相位，总计 270° 相位。

伯特图绘制

$$H(j\omega) = (-10)\frac{j\omega\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1+j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

相频特性曲线绘制

0 频点：-10 提供 $180°$ 相位,$j\omega$ 提供 $90°$ 相位，总计 $270°$ 相位。

ω	0	$5\times10^5\to5\times10^7$	$1\times10^7\to1\times10^9$	$5\times10^8\to5\times10^{10}$
$\varphi(\mathrm{deg})$	270	$270\to180$	$180\to90$	$90\to180$

伯特图绘制

$$H(j\omega) = (-10)\frac{j\omega\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^9}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{5\times10^6}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{1\times10^8}\right)}$$

相频特性曲线绘制

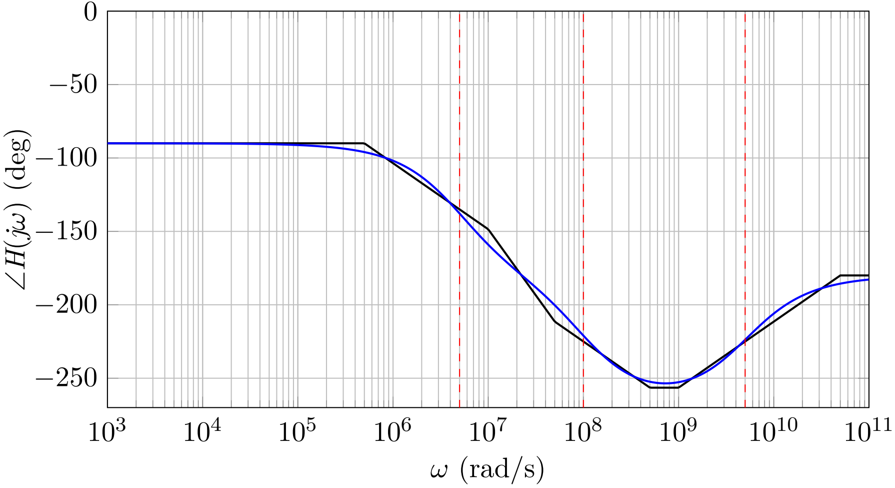
0 频点：-10 提供 180° 相位,$j\omega$ 提供 90° 相位，总计 270° 相位。

ω	0	$5\times10^5 \to 5\times10^7$	$1\times10^7 \to 1\times10^9$	$5\times10^8 \to 5\times10^{10}$
$\varphi(\text{deg})$	270	$270 \to 180$	$180 \to 90$	$90 \to 180$

重叠的区间：取四边形对角线

伯特图绘制

相频特性曲线绘制



滤波器分析

这些内容应当牢记!

3dB: $H(s) = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$

二阶滤波器的 3dB 特性

二阶低通

$$\omega_{3\mathrm{dB}} = \begin{cases} \omega_0 & \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{1}{2\xi} & \xi \gg 1 \\ 1.554\omega_0 & \xi \ll 1 \end{cases}$$

二阶高通

$$\omega_{3\mathrm{dB}} = \begin{cases} \omega_0 & \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2\xi & \xi \gg 1 \\ \dfrac{1}{1.554}\omega_0 & \xi \ll 1 \end{cases}$$

二阶带阻/带通

$$BW_{3\mathrm{dB}} = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$$

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

滤波器分析

这些内容应当牢记!

3dB: $H(s) = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$

二阶滤波器的 3dB 特性

二阶低通

$$\omega_{3\text{dB}} = \begin{cases} \omega_0 & \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2\xi} & \xi \gg 1 \\ 1.554\omega_0 & \xi \ll 1 \end{cases}$$

二阶高通

$$\omega_{3\text{dB}} = \begin{cases} \omega_0 & \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2\xi & \xi \gg 1 \\ \frac{1}{1.554}\omega_0 & \xi \ll 1 \end{cases}$$

二阶带阻/带通

$$BW_{3\text{dB}} = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$$

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

平坦特性

ξ	名字	特性
0.707	巴特沃斯	幅度最大平坦
0.866	切比雪夫	群延时最大平坦
$(0.707, 1)$	最优二阶高/低通	快的阶跃响应

滤波器分析

这些内容应当牢记!

谐振现象

滤波器分析

这些内容应当牢记!

谐振现象

时域：体现为**振铃**现象，振铃时间 $1.5QT$

滤波器分析

这些内容应当牢记!

谐振现象

时域：体现为**振铃**现象，振铃时间 $1.5QT$
频域：出现谐振峰 $(\Im(Z) = 0/\Im(Y) = 0)$

滤波器分析

这些内容应当牢记!

谐振现象

时域：体现为振铃现象，振铃时间 $1.5QT$

频域：出现谐振峰 $(\Im(Z) = 0/\Im(Y) = 0)$

低通系统

$$\omega_e = \sqrt{1-2\xi^2}\omega_0 \quad (\xi < 0.707)$$

$$A(\omega_e) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}H_0 \approx QH_0 \quad (\xi \ll 0.707)$$

高通系统

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}}\omega_0 \quad (\xi < 0.707)$$

$$A(\omega_e) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}H_0 \approx QH_0 \quad (\xi \ll 0.707)$$

滤波器分析

这些内容应当牢记!

谐振现象

时域：体现为振铃现象，振铃时间 $1.5QT$
频域：出现谐振峰 $(\Im(Z) = 0/\Im(Y) = 0)$

低通系统

$$\omega_e = \sqrt{1-2\xi^2}\omega_0 \quad (\xi < 0.707)$$

$$A(\omega_e) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}H_0$$

$$\approx QH_0 \quad (\xi \ll 0.707)$$

高通系统

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}}\omega_0 \quad (\xi < 0.707)$$

$$A(\omega_e) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}H_0$$

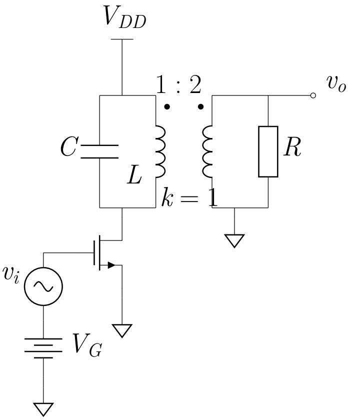
$$\approx QH_0 \quad (\xi \ll 0.707)$$

对于高 Q 系统，有 $\omega_e \approx \omega_0, A(\omega_e) \approx QH_0$。

滤波器分析

例题 (2024 年 T10 回忆版)

右侧电路中，NMOS 在该偏置下 $g_m = 40\text{mS}$，$r_{ds} = \infty$，全耦合变压器的匝数比为 $1:2$, 初级绕组电感 $L = 40\mu\text{H}$，电容 $C = 100\text{pF}$，负载电阻 $R = 2k$。假设输入信号 v_i 为交流小信号。则系统的传递函数 $H_v(s) = \frac{v_o}{v_i}$ 为 [ ]。这是一个 [ ] 滤波器（低通/高通/带通/带阻），其 3dB 频点（高低通）或带宽（带通/带阻）为 [ ]。



滤波器分析

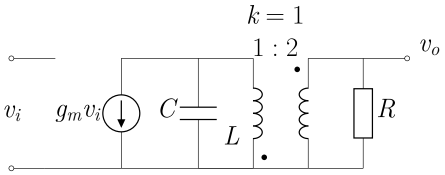
解答

画出其小信号模型：

滤波器分析

解答

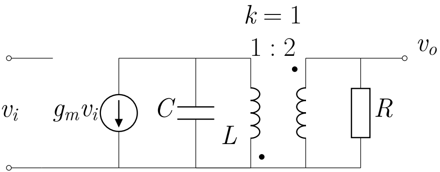
画出其小信号模型：



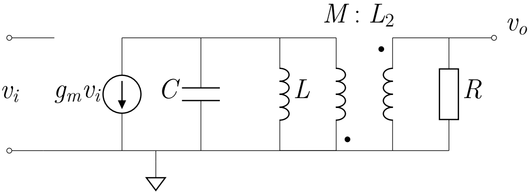
滤波器分析

解答

画出其小信号模型:



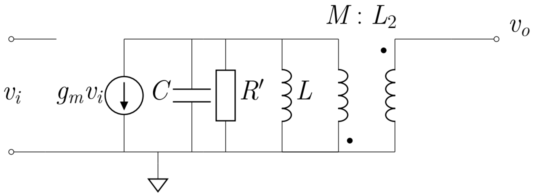
等效掉互感：注意变压比 $M:L_2 = kN_1N_2 : N_2^2 = kN_1 : N_2 = 1:2$



滤波器分析

解答

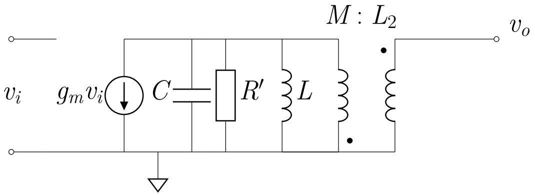
反射电阻： $R' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R = \frac{1}{4} R = 500\Omega$



滤波器分析

解答

反射电阻：$R' = \left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 R = \dfrac{1}{4}R = 500\Omega$



则传递函数为：

$$H_v(s) = -g_m \cdot \left(\frac{1}{sC} \parallel R' \parallel sL\right) \cdot (-2)$$

$$= \frac{2g_m R'}{sC + 1/R' + 1/sL} = \frac{(2g_m R'/C)s}{s^2 + (1/CR')s + (1/LC)} = \frac{4 \times 10^{11} s}{s^2 + 2 \times 10^7 s + 2.5 \times 10^{14}}$$

解答

$$H_v(s) = \frac{4 \times 10^{11} s}{s^2 + 2 \times 10^7 s + 2.5 \times 10^{14}} = H_0 \frac{2\xi\omega_0 s}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

解答

$$H_v(s) = \frac{4\times 10^{11}s}{s^2+2\times 10^7 s+2.5\times 10^{14}} = H_0\frac{2\xi\omega_0 s}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\therefore \begin{cases} \omega_0 = 1.58\times 10^7 \mathrm{rad/s} \\ \xi = 0.632 \\ H_0 = 2\times 10^4 \end{cases}$$

解答

$$H_v(s)=\frac{4\times10^{11}s}{s^2+2\times10^7s+2.5\times10^{14}}=H_0\frac{2\xi\omega_0 s}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\therefore\begin{cases}\omega_0=1.58\times10^7\mathrm{rad/s}\\ \xi=0.632\\ H_0=2\times10^4\end{cases}$$

$$\therefore \text{带通滤波器，}\ BW=\frac{\omega_0}{2\pi Q}=\frac{2\xi\omega_0}{2\pi}=3.18\mathrm{MHz}$$

解答

$$H_v(s) = \frac{4\times 10^{11}s}{s^2+2\times 10^7 s+2.5\times 10^{14}} = H_0\frac{2\xi\omega_0 s}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\therefore \begin{cases} \omega_0 = 1.58\times 10^7 \mathrm{rad/s} \\ \xi = 0.632 \\ H_0 = 2\times 10^4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{带通滤波器，} BW = \frac{\omega_0}{2\pi Q} = \frac{2\xi\omega_0}{2\pi} = 3.18\mathrm{MHz}$$

提示

请务必重温一下上个学期的内容！同时 CAD 作业也可能作为考试题目！

频点估算

频点估算即根据各个电容的频点估算总体的高低端 3dB 频点。需要记住口诀

高通开路算频点，低通短路看时间

频点估算

频点估算即根据各个电容的频点估算总体的高低端 3dB 频点。需要记住口诀

高通开路算频点，低通短路看时间

低端 3dB 频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定，使用开路法计算。即

$$f_{L,3\mathrm{dB}} \approx f_{L1} + f_{L2} + \cdots = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_2} + \cdots\right)$$

其中 R_i 为除了 C_i 外电容全部开路后，C_i 看到的等效电阻。

频点估算

频点估算即根据各个电容的频点估算总体的高低端 3dB 频点。需要记住口诀

高通开路算频点，低通短路看时间

低端 3dB 频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定，使用开路法计算。即

$$f_{L,3\mathrm{dB}} \approx f_{L1} + f_{L2} + \cdots = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \cdots\right)$$

其中 R_i 为除了 C_i 外电容全部开路后，C_i 看到的等效电阻。
高端 3dB 频点由低通电容（通常是晶体管寄生电容）决定，使用短路法计算。即

$$f_{L,3\mathrm{dB}} \approx \frac{1}{2\pi(\tau_{H1} + \tau_{H2} + \cdots)} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + \cdots}$$

其中 R_i 为除了 C_i 外电容全部短路后，C_i 看到的等效电阻。

阻抗匹配

借助双向无损网络阻抗匹配。最大功率匹配（共轭匹配）条件：
$Z_L = Z_S^*$，需要记住口诀（他可能直接考这句话默写）

并大串小 Q 相等

阻抗匹配

借助双向无损网络阻抗匹配。最大功率匹配（共轭匹配）条件：$Z_L = Z_S^*$，需要记住口诀（他可能直接考这句话默写）

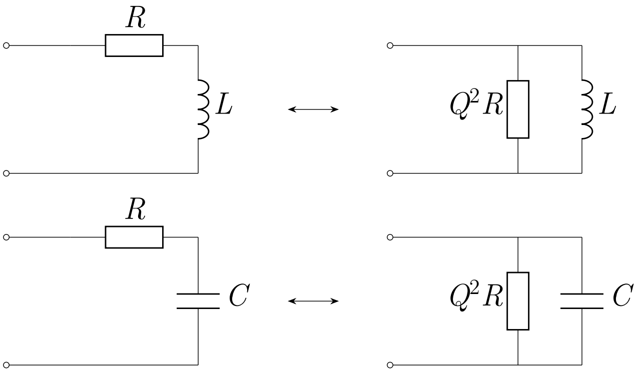
并大串小 Q 相等

也就是 R 大的一侧并东西，R 小的一侧串东西。其中品质因数

$$Q = \underbrace{\frac{\text{串联电抗}}{\text{串联电阻}} = \frac{\text{并联电纳}}{\text{并联电导}}}_{\text{局部}} = \underbrace{\sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}}_{\text{整体}}$$

串并等效

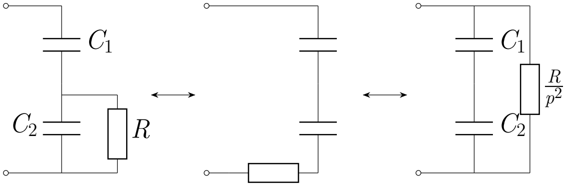
当 $Q \gg 1$ 时在谐振频点附近，可以做如下等效：



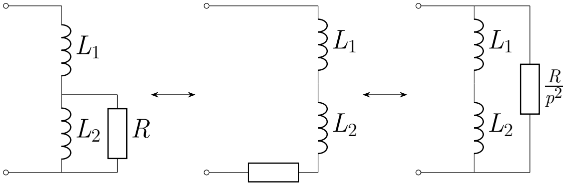
部分接入法

当 $Q \gg 1$ 时在谐振频点附近，可以做如下等效：(p：分压比（接入系数）)

$$p = \frac{C_1}{C_1+C_2}$$



$$p = \frac{L_2}{L_1+L_2}$$



负反馈

负反馈放大器的分析流程：

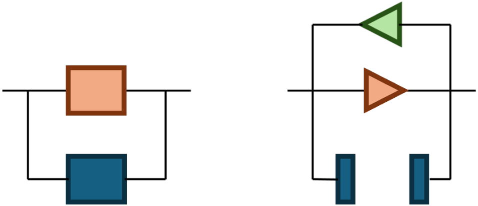
1. 分析连接方式，反馈网络直连放大网络输出则为并联，否则为串联；
2. 分析开环放大器参量。反馈网络画两遍，输入端反馈源置零，输出端反馈负载置零。求 r_{in} r_{out} 需要输入/输出端置 0，求 A 需要负载置 0。
3. 求反馈系数：加 x 求 y
4. 代入公式 $A=\frac{A_o}{1+T}, w_{in,c}=(1+T)w_{in,o}, w_{out,c}=(1+T)w_{out,o}$

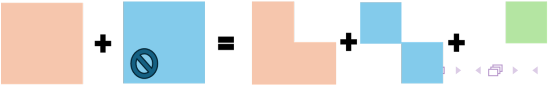
负反馈

反馈网络的 21 元素被忽略了，因为增益相对前馈很小

负反馈放大器的分析流程：

1. 分析连接方式，反馈网络直连放大网络输出则为并联，否则为串联；
2. 分析开环放大器参量。反馈网络画两遍，输入端反馈源置零，输出端反馈负载置零。求 r_{in} r_{out} 需要输入/输出端置 0，求 A 需要负载置 0。
3. 求反馈系数：加 x 求 y
4. 代入公式 $A=\frac{A_o}{1+T}, w_{in,c}=(1+T)w_{in,o}, w_{out,c}=(1+T)w_{out,o}$

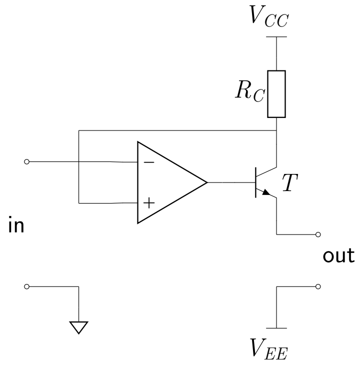




负反馈

例题

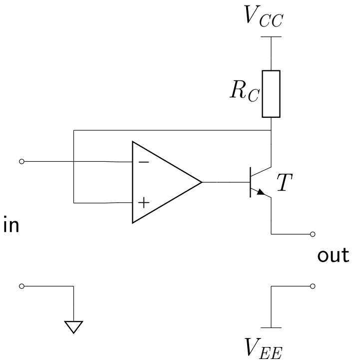
已知运算放大器电压增益 A_{v0}，BJT 的跨导为 g_m, 求电路的输入输出电阻和增益（r_{bc} , $r_{ce} \to \infty$）。



负反馈

例题

已知运算放大器电压增益 A_{v0}，BJT 的跨导为 g_m，求电路的输入输出电阻和增益（$r_{bc}, r_{ce} \to \infty$）。



提示：T 是 CC 组态 $\Rightarrow$ 电压缓冲器，电流放大器！

负反馈

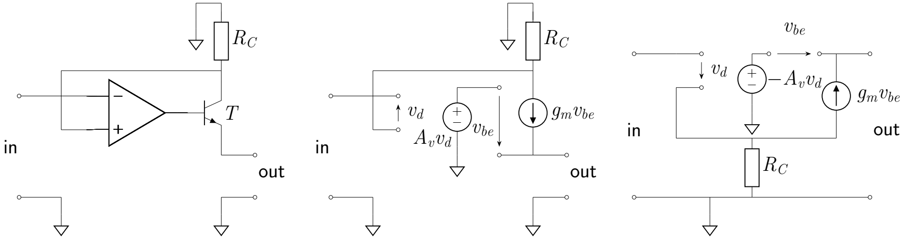
解答

首先把小信号模型代入进去，然后把运放和晶体管“翻”过来。

负反馈

解答

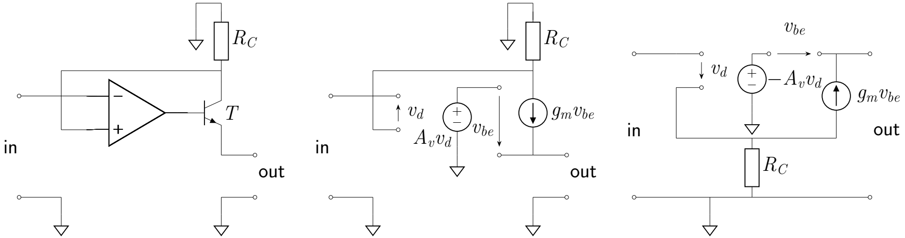
首先把小信号模型代入进去，然后把运放和晶体管“翻”过来。



负反馈

解答

首先把小信号模型代入进去，然后把运放和晶体管“翻”过来。

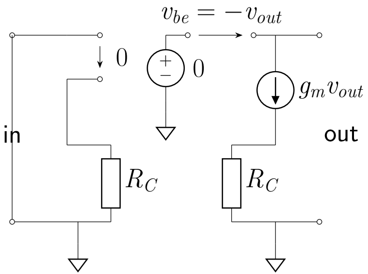


显然这是个串串负反馈.

负反馈

解答

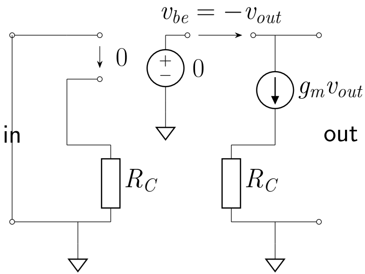
求解开环放大器的输入输出电阻



负反馈

解答

求解开环放大器的输入输出电阻

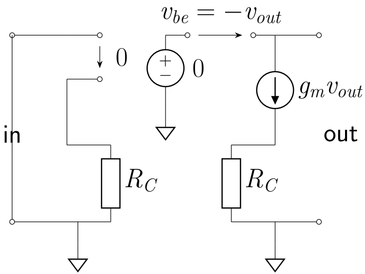


$$i_{out} = g_m v_{out}$$

负反馈

解答

求解开环放大器的输入输出电阻



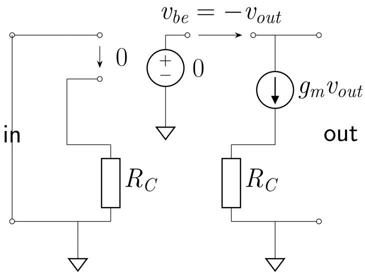
$$i_{out} = g_m v_{out}$$

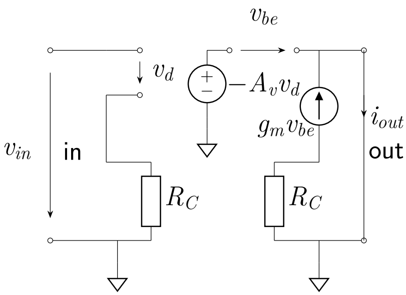
$$r_{out,o} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{1}{g_m}$$

负反馈

解答

求解开环放大器的输入输出电阻





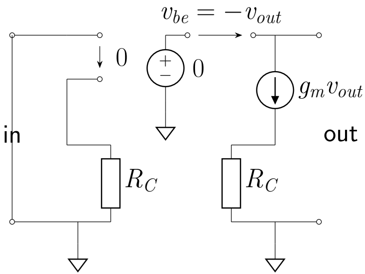
$$i_{out} = g_m v_{out}$$

$$r_{out,o} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{1}{g_m}$$

负反馈

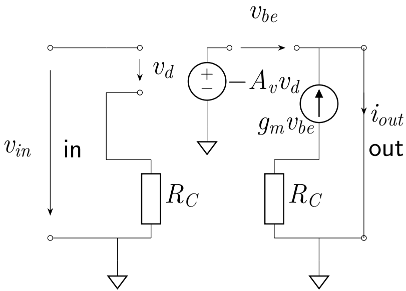
解答

求解开环放大器的输入输出电阻



$$i_{out} = g_m v_{out}$$

$$r_{out,o} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{1}{g_m}$$

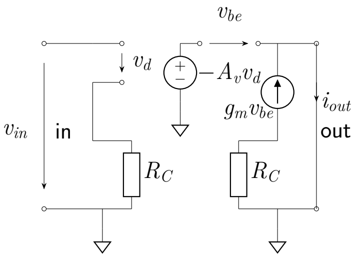


$$r_{in,o} = \infty$$

负反馈

解答

求解开环放大器的增益（压控流源放大器应该求 G_{m0}）

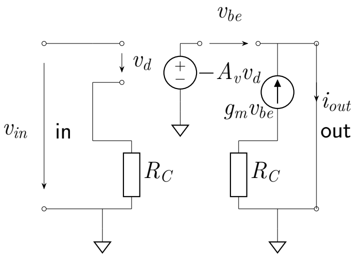


$$A_v v_d = A_v v_{in}$$
$$v_{be} = -A_v v_{in}$$
$$i_{out} = g_m v_{be} = -g_m A_v v_{in}$$

负反馈

解答

求解开环放大器的增益（压控流源放大器应该求 G_{m0}）

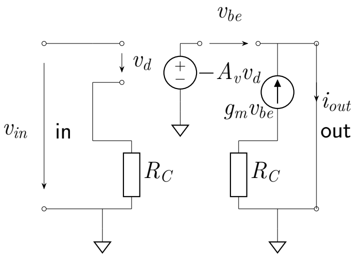


$$
\begin{aligned}
A_v v_d &= A_v v_{in} \\
v_{be} &= -A_v v_{in} \\
i_{out} &= g_m v_{be} = -g_m A_v v_{in} \\
G_{m0} &= \frac{i_{out}}{v_{in}} = -g_m A_v
\end{aligned}
$$

负反馈

解答

求解开环放大器的增益（压控流源放大器应该求 G_{m0}）



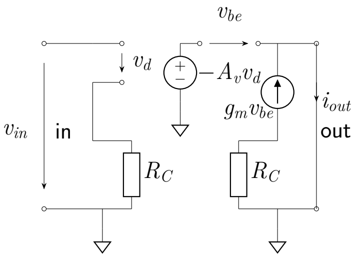
$$A_v v_d = A_v v_{in}$$
$$v_{be} = -A_v v_{in}$$
$$i_{out} = g_m v_{be} = -g_m A_v v_{in}$$
$$G_{m0} = \frac{i_{out}}{v_{in}} = -g_m A_v$$

求解反馈系数：

负反馈

解答

求解开环放大器的增益（压控流源放大器应该求 G_{m0}）



$$A_v v_d = A_v v_{in}$$

$$v_{be} = -A_v v_{in}$$

$$i_{out} = g_m v_{be} = -g_m A_v v_{in}$$

$$G_{m0} = \frac{i_{out}}{v_{in}} = -g_m A_v$$

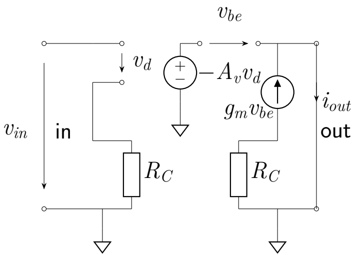
求解反馈系数：

$$F = -R_C$$

负反馈

解答

求解开环放大器的增益（压控流源放大器应该求 G_{m0}）



$$
\begin{aligned}
A_v v_d &= A_v v_{in} \\
v_{be} &= -A_v v_{in} \\
i_{out} &= g_m v_{be} = -g_m A_v v_{in} \\
G_{m0} &= \frac{i_{out}}{v_{in}} = -g_m A_v
\end{aligned}
$$

求解反馈系数：

$$F = -R_C \Rightarrow T = G_{m0} F = g_m A_v R_C$$

负反馈

解答

代入公式求解闭环放大器的参数:

$$G_{m,c} = \frac{G_{m0}}{1+T} = \frac{g_m A_v}{1+g_m A_v R_C} \overset{\text{深度负反馈}}{=} \frac{1}{R_C}$$

$$r_{in,c} = (1+T) r_{in,o} = \infty$$

$$r_{out,c} = r_{out,o}(1+T) = \frac{1}{g_m}(1+g_m A_v R_C) \overset{\text{深度负反馈}}{=} \frac{R_C}{A_v}$$

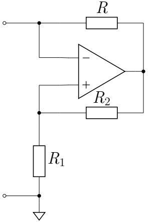
负阻

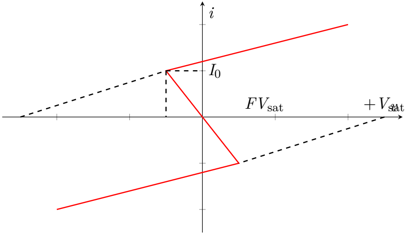
负阻分成S 型和N 型两种。这里的 S 和 N 是根据 $i - v$ 曲线的形状来命名的。(纵轴 i，横轴 v)。

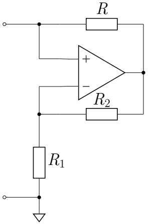
负阻

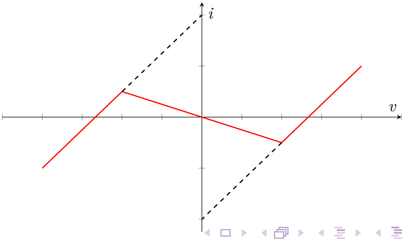
负阻分成S 型和N 型两种。这里的 S 和 N 是根据 $i - v$ 曲线的形状来命名的。(纵轴 i，横轴 v)。
首先需要掌握负阻电路模型的识别。常见分成运放和晶体管两类。

运放负阻



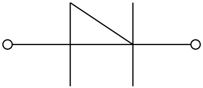


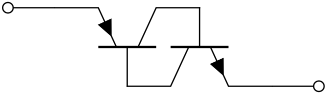


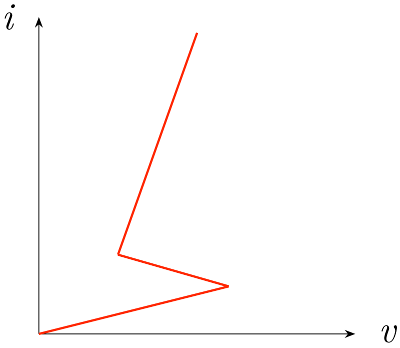


晶体管负阻

S 型：Shockly 二极管

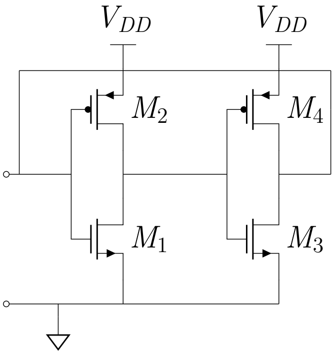


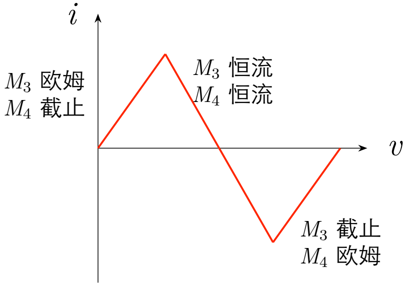




晶体管负阻

N 型：双非门环





负阻的应用

记忆：

应用	S 型	N 型
DRAM	电感	电容[1]
张弛振荡器	电容	电感
正弦振荡器	串联 LC[2]	并联 LC

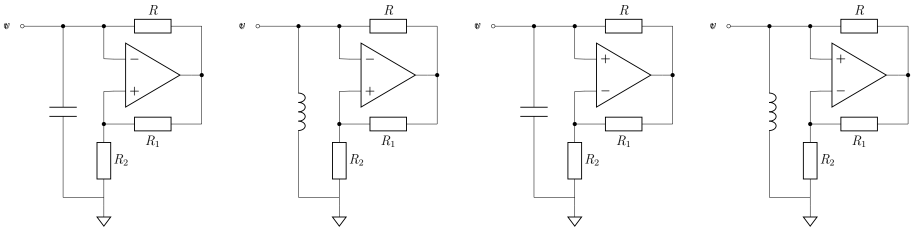
分析方法：拿到电路先站在 L/C 上看是 N 还是 S 型，再看根据对应关系判断应用类型，最后算具体数据画图

[1]记忆方法：两个非门是稳定的
[2]记忆方法：S for Serial

负阻的应用

练习

画出 $v-t$ 图线:



振荡器

振荡器主要两种分析方法:

负阻法

电路结构：S 型对接串联 RLC/N 型对接并联 RLC

- **起振条件**:$r_n > R_s(g_n > G_p)$
- **平衡条件**:$r_n = R_s(g_n = G_p)$
- **稳定条件**:r_n/g_n 随着振幅增加而减小

正反馈法

电路结构：理想受控源对接反馈网络[a]

- **起振条件**: $|A_0F| > 1\,,\varphi_{A_0F}(\omega_{osc}) = 0$
- **平衡条件**: $\bar{A}F = 1\,,\varphi_{\bar{A}F}(\omega_{osc}) = 0$
- **稳定条件**: $\partial_V|AF| < 0$,$\partial_\omega\varphi_{AF} < 0$

[a] 和负反馈不同，这里除了受控源所有东西全扔进反馈网络

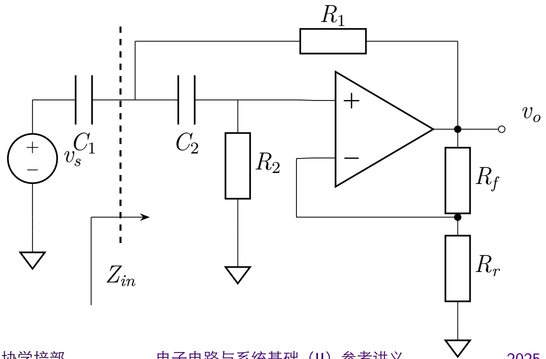
振荡器

例题（a）

小明设计了如图 5 所示的二阶有源 RC 滤波器，假设运放为理想运放。
以 $v_s(t)$ 为输入、以 $v_o(t)$ 为输出，给出详细分析过程，最终获得该二阶滤波器的相量域传递函数并整理为标准形态：

$$H(s) = \frac{v_o}{v_s} = H_0 \frac{\cdots}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad s = j\omega.$$

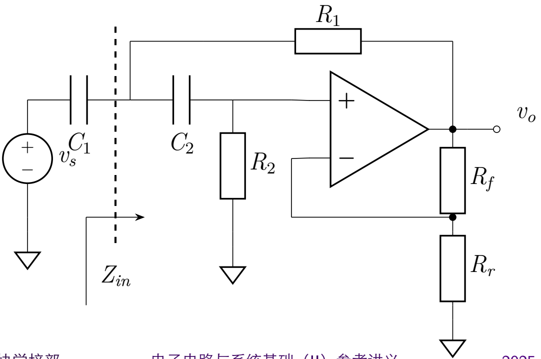
由传递函数形态说明滤波器类型，并给出系统参量 ξ，ω_0，H_0 与电路参量的关系式。



振荡器

例题（b）

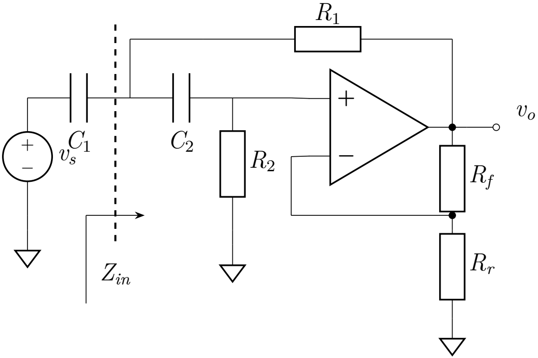
调试时发现改变 R_f 时，出现无需输入（$v_s(t)=0$）就有正弦波形 $v_o(t)$ 输出。
小明认为：阻尼系数 $\xi<0$ 使二阶系统特征根进入右半平面而不稳定，从而把自激振荡起振条件确定为 $\xi<0$。
请说明调参时 R_f 与 R_r 满足的关系式，导致无需输入即可自激振荡。
且小明确认振荡频率为系统自由振荡频率：$\omega_{\mathrm{osc}}=\omega_0$。
请用系统函数（系统方程）法给出用电路参量表述的 ω_{osc} 与起振条件表达式。



振荡器

例题（c）

既然电路已经自激振荡，小明希望从正反馈振荡器角度分析。
将 $v_s(t)$ 置零（短路处理），找到图示电路中的理想受控源，其余元件归入反馈网络。
用正反馈原理起振条件 $AF > 1$：由相位条件求 ω_{osc}，由幅度条件求 R_f 与 R_r 的关系式。



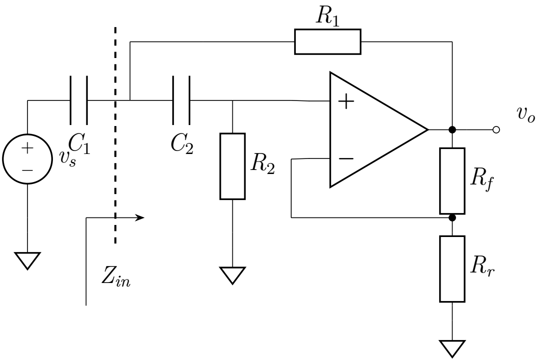
振荡器

例题（d）

小明还希望从负阻原理解读该振荡电路。

先将 C_1 抽取，对虚线所示单端口加流求压（或加压求流），得到端口等效阻抗 Z_{in}（或导纳 Y_{in}）。

将 C_1 与 Z_{in}（或 Y_{in}）对接后形成的串联总阻抗（或并联总导纳）：由虚部条件求 ω_{osc}，由实部条件求 R_f 与 R_r 的关系式。



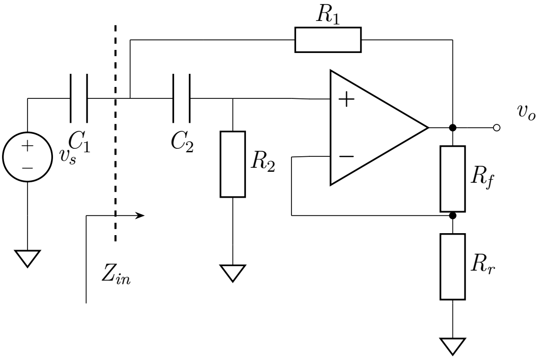
振荡器

例题（e）

对比 b) 系统方程法、c) 正反馈原理、d) 负阻原理三种起振分析结论，确认三种方法等价。
代入参量

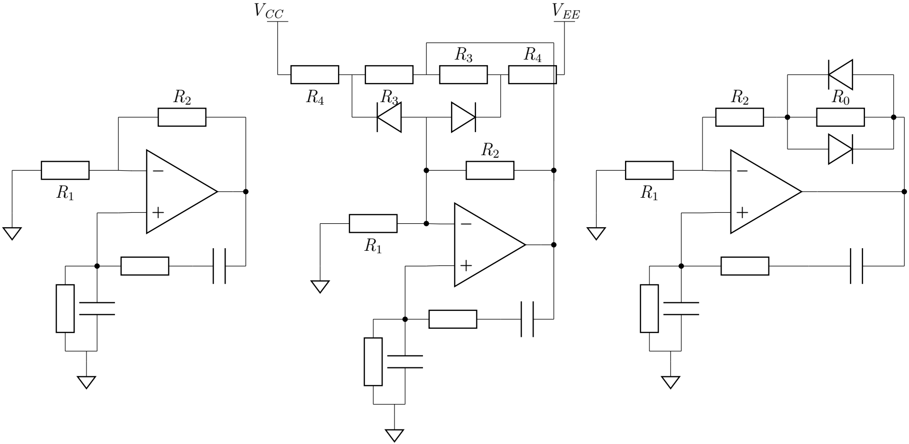
$$R_1 = 3.3\,\mathrm{k\Omega},\ C_1 = 0.1\,\mu\mathrm{F},\ R_2 = 1\,\mathrm{k\Omega},\ C_2 = 0.1\,\mu\mathrm{F},\ R_r = 1\,\mathrm{k\Omega}$$

说明 R_f 取多大时会自激振荡，并给出输出正弦波振荡频率（Hz）。

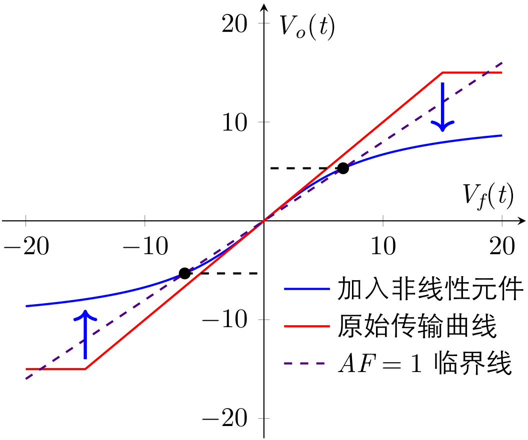


振荡器

改进方法：为了避免切顶，通过非线性元件让 AF 变化更平滑（比如二极管）



振荡器



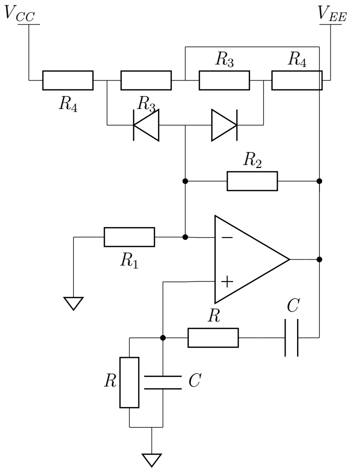
文氏电桥振荡器

例题

（16 分）暂不考虑上面这个网络，图为文氏电桥正弦波振荡器。

(a) 请分析说明该文氏电桥振荡器的起振条件和振荡频率。之后代入
$R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$，$R_2 = 22\,\mathrm{k\Omega}$，$R = 158\,\mathrm{k\Omega}$，$C = 1\,\mathrm{nF}$ 具体数值，说明振荡条件满足，给出振荡频率。

(b) 在示波器上观测到输出正弦波形 $v_o(t)$ 存在较为明显的非线性失真（切顶）现象。为了确保输出正弦波形的纯度，设计了额外的负反馈网络，即图中上边的网络。请研究该虚框负反馈网络，由此说明为什么添加该虚框负反馈网络后，输出正弦波将不再切顶；并由此给出无切顶输出正弦波的幅度大小。
分析时，两个二极管采用正偏 0.7V 恒压源、反偏截止开路的电路模型；同时 $R_3 = 3\,\mathrm{k\Omega}$，$R_4 = 20\,\mathrm{k\Omega}$，$+V_{CC} = +15\mathrm{V}$，$-V_{EE} = -15\mathrm{V}$。提示：起振分析传递系数为微分线性系数。



后记

感谢大家前来听课！祝大家考试顺利！
以及求一个好评。

本讲义参考了李国林老师的课件和教材、范宇辰学长的小班辅导等资料，在此表示诚挚的感谢。
本讲义在 github 开源：
https://github.com/CBDT-JWT/Circuit-BasicsNotes 欢迎大家前往 star 或提 issue。
实时更新的下载链接：https://www.weitao-jiang.cn